物理学Ⅰ　2 回目 2012-04-17　担当：中野武雄（nakano@st.seikei.ac.jp）

今日の内容：位置・速度・加速度

おおむね高校の物理でもやった内容かと思いますが、微分を前面に押し出した記述をするところが大学ならではでしょうか。高度な数学を用いると説明が簡単になる、良い例になるかと思います（逆にその「高度な数学」を理解するのが大変になりますが…）。

等速運動をしている物体の「速度」を「距離÷時間」によって求めるのはみなさん直感的に理解できると思います。これを一般の運動に拡張し、ある「瞬間」の速度を求めるには、分母の時間をどんどん短くしていって、この「距離÷時間」がある値に収束することを期待します（分子もどんどん小さくなりますから）。これが微分の考え方です。

この「位置」→「速度」の関係は、「速度」→「加速度」の関係にちょうど対応します。そして（ちょっと先走りますが）物体の加速度が、物体の受けている力に比例するのだよ、というのが古典力学の基礎になるのでした（この比例係数が「質量」）。

2 次元以上の運動はベクトルによって表現します。ベクトルでも「差」が定義できるので、ベクトルにも微分演算が可能です。実際に計算をする上では、「基準ベクトル」を設定することによって、ベクトルを「成分」で表示します。みなさんおなじみのデカルト座標系は、この基準ベクトルが空間のいたるところで同じ、という特徴を持ちます。このため微分計算を成分ごとに独立に行うことが可能となります。（では他にはどんな座標系が…というのが 3 回目の内容となります）

参考：微分の重要な公式

$$\frac{d}{dt}\big(af(t)\big) = af'(t) \quad (a\text{ は }t\text{ によらない定数})$$

$$\frac{d}{dt}\big(f(t)+g(t)\big) = f'(t)+g'(t)$$

$$\frac{d}{dt}\big(f(t)\cdot g(t)\big) = f(t)\cdot g'(t)+f'(t)\cdot g(t)$$

$$\frac{d}{dt}\big(f(g(t))\big) = \frac{df}{dg}\cdot\frac{dg}{dt} = f'(g(t))g'(t) \quad \Rightarrow \frac{d}{dt}\big(f(at)\big) = af'(at)$$

今回の課題

1. 等加速度運動 $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_0 t^2$ において、$x_0 = 10$ [m]、$v_0 = 100$ [km/h]、$a_0 = -9.8$ [m/s^2] として以下の問いに答えよ(数値を示す場合は単位・有効桁数に注意)
   (a) $x(t)$ の式を t で微分し、$v(t)$ の式を得よ。
   (b) 速度が 0 になるのは何 [s] 後か。そのときの位置は何[m]か。数値で求めよ.
   (c) 位置が 0 [m] になるのは何[s]後か。数値で求めよ。
2. 二次元デカルト座標系における 2 つの位置ベクトル $\vec{a} = (1.0[\mathrm{m}], 2.0[\mathrm{m}])$ および $\vec{b} = (-2.0[\mathrm{m}], 1.5[\mathrm{m}])$ について以下の問いに答えよ：
   (a) 直交する x 軸・y 軸を描き、$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{a}-\vec{b}$ 各ベクトルを図示せよ。
   (b) $\vec{a}-\vec{b}$ ベクトルを成分表示し、長さを求めよ。