物理学Ｉ　9 回目 2012-06-05　担当：中野武雄（nakano@st.seikei.ac.jp）

前回のおさらい

力学的エネルギーの保存について学びました。運動方程式を運動経路に沿って線積分すると、運動エネルギーと仕事とが定義できました（前々回）。このとき仕事が経路両端の位置だけで決まり、途中の経路によらない「保存力」では、さらに位置エネルギーが定義でき、運動エネルギーと位置エネルギーの和が経路の両端において（実は経路のあらゆる点において）一定に保たれている、すなわち「保存」されていることを学びました。

以上の力学的エネルギー保存の法則は、物体の運動における時間情報を消去し、速度と位置の関係を示したものと考えることができます。よって「どこまで届くか」「最大速度はどうなるか」などの問題には大変便利に使えるわけですが、「何秒後に落ちるか」というような問題には、基本的には無力であることに注意しましょう。

今日の内容：力積と運動量・物体の衝突

今回は 2 つめの保存量である、運動量・力積について説明します。これは運動方程式を時間で積分した関係と理解できます（結果はベクトル）。加速度の時間積分については以前にも少々触れましたが、同様に力（ベクトル）を時間で積分する意味について理解してください。

作用・反作用の法則を適用すると、複数の質点における運動量の総和が、質点間の相互力によっては変化しないことが示せます。また、この全運動量は重心（質量中心）の運動量のように取り扱うことが可能です。これは質点系・剛体の運動を考える上で、重要な基礎になります。

後半では運動量保存の適用例として、2 物体の衝突について学びます。主に 1 次元の衝突を扱いますが、この場合でも衝突後の 2 物体の速度は、運動量保存だけでは決まりません（変数 2 ケに対して方程式 1 ケなので）。よってここで、はねかえり係数が導入されます。この値とエネルギー保存との間にある関係について示します。また重心を導入すると、衝突問題の見通しは大変良くなります。これは質点系の取り扱いの導入にもなっています。

今日の課題

1. 野球の硬球（質量 145 g）を速度 135 km/h で投げこむピッチングマシンがある。このマシンが硬球に与える力積の大きさを［N s］単位で求めよ。この力積が 2.0 s の間に等しい力で与えられたものとすると、その力の大きさは何［N］か。
2. 月の質量は、地球の質量の 1.23%である。地球－月間の距離が 3.8×10^5 km のとき、地球・月の 2 天体からなる質点系の重心の位置を求めよ（地球・月は全質量が中心に集中していると考えよ）。それは地球の半径（6.4×10^3 km）の何%か。
3. [やや難] 質量・位置ベクトルがそれぞれ $m_1, \vec{r}_1$ と $m_2, \vec{r}_2$ である 2 物体の重心の位置ベクトルは $\vec{R}_G = (\mathrm{m}_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2)/(m_1 + m_2)$ である。これが a) 2 物体を結ぶ直線上にあること b) それぞれの質量に反比例して内分した位置にあること、を示せ。
4. [やや難] He 原子（原子量 4.0）が静止している Ar 原子（同 40）と 1 次元の完全弾性衝突をした。衝突前に He 原子が持っていた運動エネルギーの何%が Ar 原子に移行したか求めよ。
5. [難] $v_1 \neq 0,\ v_2 \neq 0,\ e = 1$ の衝突について、衝突後のv_1', v_2' を求めよ。またこのとき全運動エネルギーが保存することを示せ。