物理学 I　12 回目 2012-06-26　　　　担当：中野武雄（nakano@st.seikei.ac.jp）

前回のおさらい

質点系の運動について、まず全運動量・全角運動量が外力によってのみ変化する、という復習をした後、トルクも含めた外力の合成を議論しました。その後重心を利用した運動の解析をしました。重心からの相対座標を用いて質点系の運動を記述すると、左に示すような対応が取れるのでした。運動量については、相対座標の分は 0 で、全運動量を重心が担います。また角運動量については、「重心回りの角運動量」 $\vec{L}'$ について

$$\vec{P} = \vec{P}_G \left(= M\vec{V}_G\right), \qquad \vec{P}' = \sum_{i=1}^{N} m_i \vec{v}_i' = 0$$

$$\vec{L} = \vec{R}_G \times \vec{P}_G + \vec{L}', \qquad \vec{L}' = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i' \times m_i \vec{v}_i'$$

$$K = \frac{1}{2} M V_G^{\ 2} + K', \qquad K' = \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} m_i v_i'^2$$

$$\frac{d\vec{L}'}{dt} = \sum_{i=1}^{N} \vec{r}_i' \times \vec{K}_i$$

なる関係を導くことができました。これは原点の取り方に依存する質点系の全角運動量を、「重心の角運動量」と原点に依存しない「重心回りの角運動量」とに分割できたことを意味します。

今日の内容：剛体の運動

剛体は、質点間の距離が（質点間の内力の働きで）運動中に変化しない、特殊な質点系と考えることができます。相互距離が自由に変化する質点系では、質点 1 つについて空間次元と等しい数の座標値が必要になるので、膨大な連立方程式を解く必要があります。これに対して剛体では、3 次元なら 6 つ、2 次元なら 3 つの数値を指定するだけで「置かれ方」を指定できます。

この数値（=自由度）の分だけ、運動の式が立つことになります。通常は並進運動と回転運動に分けるのがセオリーで、このとき前回学習したように重心の並進運動と重心回りの回転運動とを利用することが可能なら、変数が交錯することなく各々の式を扱えます。

剛体の回転運動では、慣性モーメントという物理量が導入されます。これは剛体を構成する各質点について、回転軸（直線）からの距離の 2 乗と質量との積をとり、それらをすべて加えたものです。これを用いると、剛体の角運動量や回転運動の運動エネルギーを、回転軸まわりの角速度から計算できます。最後に、連続体の剛体における慣性モーメントを求めます。自力での導出には数学、特に積分の学習が必要ですので、ひとまずは結果のみ利用することにしましょう。

今日の課題（いずれも SI 単位で答えること）

1. 以下の物体の慣性モーメントを計算してみよ。
   a) 野球の硬球→質量 145 g、直径 7.4 cm の密度一様な剛体球と仮定せよ。
   b) 同サイズの筒→質量 145 g、直径 7.4 cm の、蓋と底の無い円筒（厚みは無視）について、（転がすときに回転軸となる）重心を通る軸回りの慣性モーメントを計算せよ。（ヒント：回転軸からの距離が一定なので、円環の慣性モーメントと同じ）。
2. ライフルは、銃身に刻んだ螺旋状の溝によって、通過する弾丸に軸回りのトルクを与える。直径 10 mm、長さ 14 mm の円筒形をした鉛（密度 11.3 g/cm^3）の弾丸が、銃身を 0.10 秒で通過し、射出時に毎分 5.0×10^4 回転の角速度を得たとする。
   a) 弾丸の回転軸まわりの慣性モーメントを計算せよ。
   b) 銃身から射出されたときの鉛の弾丸の重心回りの角運動量を求めよ。
   c) 銃身を通過中に一定のトルクが与えられたと仮定し、そのトルクの大きさを求めよ。
3. 「物理共通問題集」のうち、解説してほしい問題があったら書いてください（3 つまで）