

## 24 アクティブフィルタの特性

OP アンプを用いたアクティブフィルタ回路の原理について学ぶ。1 次フィルタである単帰還回路と、2 次フィルタである多重帰還回路を実際に組み立ててその周波数応答を測定し、両者の特性の違いについて理解する。

### 1 実験の原理

#### 1.1 フィルタとは

電子回路やシステム設計においては、特定の周波数領域の応答特性を強調したり抑制したりする必要がしばしば生じる。例えば音響製品では、好みに応じて各周波数帯の信号強度を補正・変更させるイコライザが一般的に利用されているし、計測機器などでは必要な周波数領域以外の成分をカットすれば、全周波数領域に存在するホワイトノイズ(課題 9 参照)の影響を低減できる。このような際に用いられる、特定の周波数に対して選択性を持つ回路をフィルタという。

フィルタはその機能によって、大きく 4 つに分けられる。ローパスフィルタ (LPF) は特定の周波数以下の成分を通し、高い周波数成分を抑制する。ハイパスフィルタ (HPF) は逆に特定の周波数以上の成分を通し、低い周波数成分を抑制する。中間の周波数成分のみを強調するフィルタはバンドパスフィルタ (BPF) と呼ばれ、逆に中間の周波数成分を抑制するフィルタはバンドエリミネーションフィルタ (BEF) と呼ばれる。

これらのフィルタで信号が通過できる周波数範囲を通過域 (pass band)、信号を阻止する周波数範囲を阻止域 (stop band) という。通過域の端となる周波数のことをカットオフ周波数といい、しばしば  $f_c$  と表される。カットオフ周波数には本来厳密な定義は存在しないが、一般には通過域の平坦部よりも通過特性が 3 dB 減衰した周波数にとることが多い。

当初フィルタ回路およびその理論は、周波数に依存したインピーダンスを持つ、コイル(インダクタンス:  $L$ ) とコンデンサ (キャパシタンス:  $C$ ) とを組み合わせた  $LC$  フィルタによって発展してきた。しかし、低い周波数では大きな  $L$  が必要となり、スペース的にも價格的にも不利であったため、抵抗とコンデンサを組み合わせた  $CR$  フィルタが研究されるようになった。この  $CR$  フィルタは性能的に (特に通過域の減衰率において) 欠点があったので、これを補うべく能動素子を使ったアクティブフィルタが考案され、OP アンプの性能向上と價格低下に伴って広く用いられるようになった。

#### 1.2 OP アンプを用いたアクティブフィルタ

##### 単帰還型のローパス・ハイパスフィルタ

図 24.1 は単帰還フィルタの基本となる回路で、これは非反転増幅器の抵抗を複素インピーダンスにしたものである。非反転増幅器については課題 23 の 1.2 と 1.3 で解説しているので、そちらを参照してほしい。このような回路での入出力電圧比は(特に複素数であることを意識するときには) 伝達関数と呼ばれ、図 24.1 の回路では

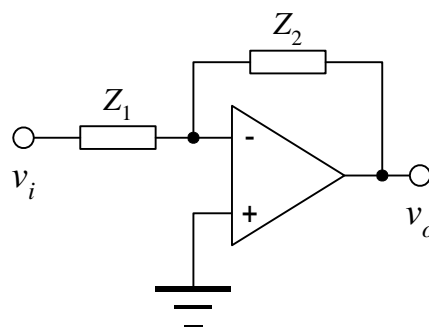


図 24.1 フィードバック回路

$$\frac{v_o}{v_i} \equiv T(\omega) = -\frac{Z_2(\omega)}{Z_1(\omega)} \quad (24.1)$$

となる。この $T(\omega)$ が伝達関数で、 $\omega$ は入力(交流)信号の角周波数である。 $Z_1$ や $Z_2$ に周波数依存性を持った素子(本実験ではコンデンサ)を用いれば、伝達関数にも周波数依存性

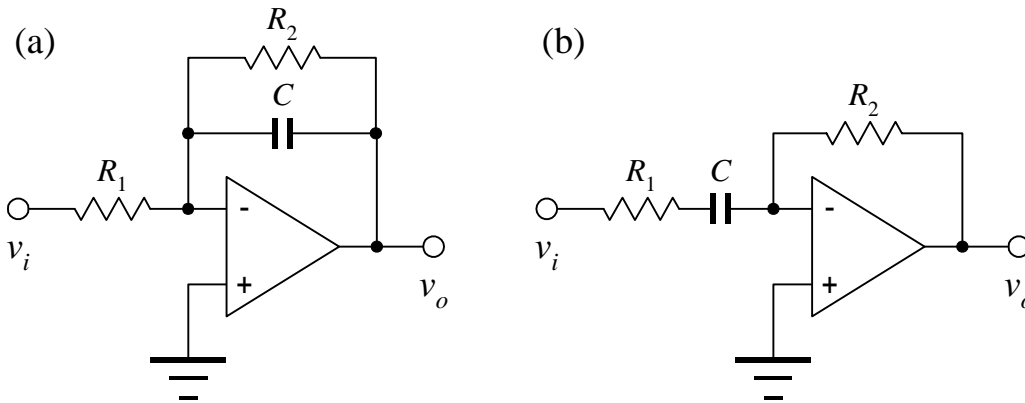


図 24.2 (a) 単帰還ローパスフィルタ と (b) 単帰還ハイパスフィルタ

を持たせ、フィルタにすることができる。

図 24.2 に単帰還のローパスフィルタとハイパスフィルタの回路図を示す。まずローパスフィルタの方を考えよう。コンデンサのインピーダンスは $1/j\omega C$ だから、この回路では

$$Z_1(\omega) = R_1 \quad \text{および} \quad Z_2(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{R_2} + j\omega C} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C}$$

である。これらを式 24.1 に代入すれば、ローパスフィルタの伝達関数は

$$T(\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1 + j\omega R_2 C} \quad (24.2)$$

となる。 $R_2 C$ は周波数の逆数の次元を持つので、ここで $\omega_0 \equiv 1/R_2 C$ という量を定義する。また周波数に依存しない係数を $G_0 \equiv R_2/R_1$ と書くことにする。すると 24.2 式は

$$T(\omega) = -G_0 \frac{1}{1 + j(\omega/\omega_0)} \quad (24.3)$$

と書ける。この伝達関数は複素数であることに注意してほしい。つまりここには、入力信号と出力信号の振幅比の情報と、位相差の情報が両方入っているのである。具体的には、伝達関数の絶対値が振幅比に、偏角が位相差に相当する。

では入力信号の角周波数 $\omega$ と $\omega_0$ との関係によって、3つの場合を考えてみよう。

まず $\omega \ll \omega_0$ の場合は、伝達関数 $T(\omega)$ は周波数に依存しない実数 $-G_0$ になる。これはこのローパスフィルタの通過域に対応する。振幅比は負なので、入出力信号の極性は逆になる(つまり位相が $180^\circ$ 異なる)。

$\omega = \omega_0$ の場合は、この複素伝達関数を極座標表示すると、

$$T(\omega) = -\frac{G_0}{1 + j} = \frac{G_0}{\sqrt{2}} \exp\left(j\frac{3\pi}{4}\right) \quad (24.4)$$

となる。これより振幅比が通過域の値の $1/\sqrt{2}$ となることがわかる。 $20\log_{10}(1/\sqrt{2}) \approx -3$ な

ので、これは dB 値では通過域より 3 dB 低いことを意味している。また出力信号の位相が、入力信号より 135° 進んでいることもわかる。

最後に  $\omega \gg \omega_0$  の場合には、伝達関数は

$$T(\omega) = jG_0 \frac{\omega_0}{\omega} \quad (24.5)$$

となる。つまり振幅比は  $\omega$  に反比例し、位相は 90° ずれている。

以上から、この回路がカットオフ周波数  $f_c$  (ただし  $\omega_0 = 2\pi f_c$ ) のローパスフィルタとして動作することが理解できる。 $f_c$  以下の周波数が通過域、 $f_c$  以上の周波数が阻止域となる。以上をまとめたのが図 24.3 である。ここでは  $G_0$  を 10 (= 20 dB)、カットオフ周波数  $f_c$  を 100 Hz としてある。阻止域では、周波数が 10 倍になるごとに振幅比が -20 dB 下がっていることがわかる。

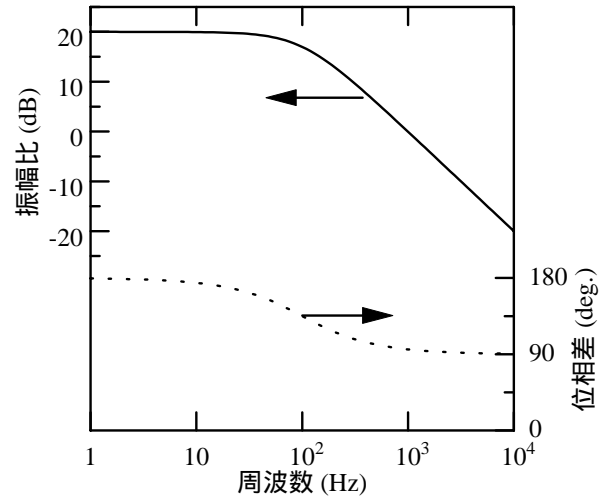


図 24.3 単帰還 LPF の周波数特性

図 24.2(b)のハイパスフィルタについても、まったく同様の計算をすればよい (各自行ってみよ)。ただしハイパスフィルタでは  $Z_1(\omega) = R_1 + C$  および  $Z_2(\omega) = R_2$  である。

#### 一次フィルタと二次フィルタ

単帰還型フィルタの伝達関数において、入力信号の角周波数を正規化するために、 $s \equiv j\omega/\omega_0$  という量を定義してみよう。すると先ほど計算した単帰還型ローパス・ハイパスフィルタの伝達関数は、それぞれ

$$T_{SL-LPF}(s) = \frac{K}{s+1} \quad \text{および} \quad T_{SL-HPF}(s) = \frac{Ks}{s+1} \quad (24.6)$$

となる。これらには  $s$  の 1 次の項までが含まれるので、1 次(の)フィルタと呼ばれる。

これに対し、 $s$  の 2 次の項までを含む伝達関数を持つフィルタは 2 次(の)フィルタと呼ばれる。2 次のローパスフィルタ、ハイパスフィルタそれぞれの伝達関数は次のようになる。

$$T_{DL-LPF}(s) = \frac{K}{s^2 + s/Q + 1} \quad \text{および} \quad T_{DL-HPF}(s) = \frac{Ks^2}{s^2 + s/Q + 1} \quad (24.7)$$

これらを用いると、LPF なら阻止域  $s \gg 1$  における振幅比 (つまり伝達関数の絶対値) が、信号周波数の 2 乗に反比例して減少することがわかるだろう。すなわち 1 次のフィルタでは、阻止域で周波数が一桁変化する (LPF なら 10 倍、HPF なら 1/10) と振幅比は 20 dB 減少したが、2 次のフィルタでは 40 dB 減少する (つまり 1/100 になる) のである。なお分子に  $s$  の項を置いた

$$T_{BPF}(s) = \frac{Ks/Q}{s^2 + s/Q + 1} \quad (24.8)$$

はバンドパスフィルタになり、 $\omega_0$  の両側で一桁あたり 20 dB の減少をする。

これらの式に現れる量  $Q$  は quality factor と呼ばれている。これは BPF では共振の鋭さを示す Q 値 (課題 1 などを参照) と同じ意味を持つ。一方 LPF や HPF では、 $\omega = \omega_0$  (つ

まり  $s = j$ ) における振幅比になる。この  $Q$  を適切に選ぶと、通過域で振幅比が一定となる領域を最も広くできる。これはバターワース(Butterworth) 条件として知られており、2 次のフィルタの場合は  $Q = 1/\sqrt{2}$  となる。またこのとき  $\omega_0$  での振幅比は通過域の-3 dB となり、1 次フィルタの場合と同様に  $\omega_0$  から  $\omega_0 = 2\pi f_c$  で決まる  $f_c$  がカットオフ周波数となる。

### 多重帰還型フィルタ

2 次のフィルタには数種類の回路が存在するが、図 24.4 にそのうちのひとつ、多重帰還型フィルタの基本回路を示す。図中の  $Y \equiv 1/Z$  は回路素子のアドミッタンスである。OP アンプの仮想短絡条件と、入力インピーダンスが無限大であることを利用すると、以下の式が導ける。

$$\begin{aligned} i_1 &= i_2 + i_3 + i_4 \\ i_1 &= Y_1(v_i - v_c) \\ i_2 &= Y_2 v_c \\ i_3 &= Y_3 v_c \\ i_4 &= Y_4(v_c - v_o) \\ i_5 &= i_3 = -Y_5 v_o \end{aligned}$$

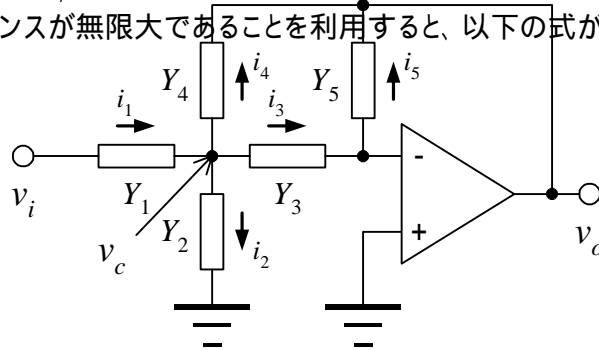


図 24.4 多重帰還型フィルタ

これらを連立させて各電流と  $v_c$  とを消去すると、結局多重帰還型フィルタの伝達関数は次式で与えられる。

$$\frac{v_o}{v_i} = T(\omega) = \frac{-Y_1 Y_3}{Y_5(Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4} \quad (24.9)$$

### 多重帰還型ローパスフィルタ

図 24.5 (a) に多重帰還型ローパスフィルタの回路図を示す。各素子のアドミッタンスは  $Y_1 = 1/R_1$ ,  $Y_2 = j\omega C_2$ ,  $Y_3 = 1/R_3$ ,  $Y_4 = 1/R_4$ ,  $Y_5 = j\omega C_5$  であるから、これらを式 24.9 に代入して整理すると、

$$T(\omega) = \frac{-1}{R_1 R_3} \frac{1}{(j\omega)^2 C_2 C_5 + j\omega C_5 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} \right) + \frac{1}{R_3 R_4}} \quad (24.10)$$

となり、24.7 式と比べるとこれが 2 次のローパスフィルタであることが理解できる。いまカットオフ周波数を  $f_c$ 、通過域の振幅比を  $G_0$  とおき、バターワース条件を適用すると、 $C_5$  を任意に選んだときの各素子の値は次の関係から決定できる。

$$R_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}G_0\pi f_c C_5}, \quad R_3 = \frac{1}{2\sqrt{2}(G_0 + 1)\pi f_c C_5}, \quad R_4 = \frac{1}{2\sqrt{2}\pi f_c C_5}, \quad C_2 = 2(G_0 + 1)C_5$$

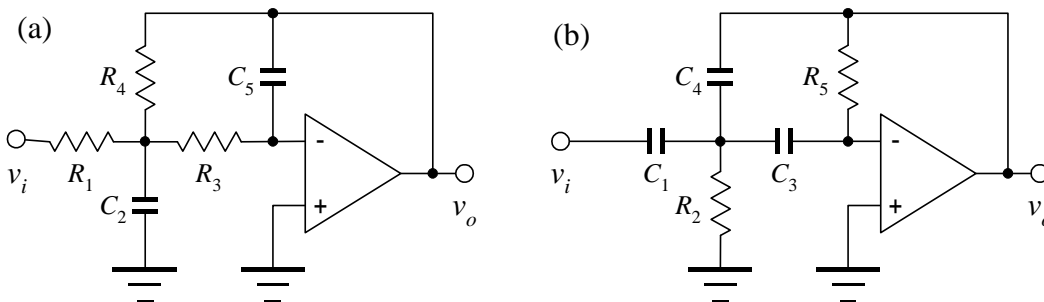


図 24.5 (a) 多重帰還型ローパスフィルタ と (b) 多重帰還型ハイパスフィルタ

## 多重帰還型ハイパスフィルタ

図 24.5(b)に示すように、LPF で  $R$  と  $C$  の関係を逆転させれば HPF となる。このときの伝達関数は、同じく式 24.9 に各素子のアドミタンスを代入すれば得られ、

$$T(\omega) = \frac{-(j\omega)^2 C_1 C_3}{(j\omega)^2 C_3 C_4 + j\omega \frac{C_1 + C_3 + C_4}{R_5} + \frac{1}{R_2 R_5}} \quad (24.11)$$

で与えられる。カットオフ周波数を  $f_c$ 、通過域の振幅比を  $G_0$  とし、バタワース条件を適用すれば、 $C_1 = C_3$  を任意に決めた場合の他の回路パラメータは次のように決定できる。

$$R_2 = \frac{\sqrt{2}}{2\pi f_c C_1 (2 + 1/G_0)}, \quad R_5 = \frac{2G_0 + 1}{2\sqrt{2}\pi f_c C_1}, \quad C_4 = \frac{C_1}{G_0}$$

## バンドパスフィルタ

図 24.6 のような回路にすると、バンドパスフィルタが実現できる。このときの伝達関数は 24.10 式と 24.11 式とから容易に類推できるであろう。通過域の中心を  $f_c$ 、そこでの振幅比を  $G_0$ 、quality factor  $Q$  を実現するようなフィルタを設計するには、まず  $C_3 = C_4$  を任意に選び、その他の回路パラメータを次のように決定する。

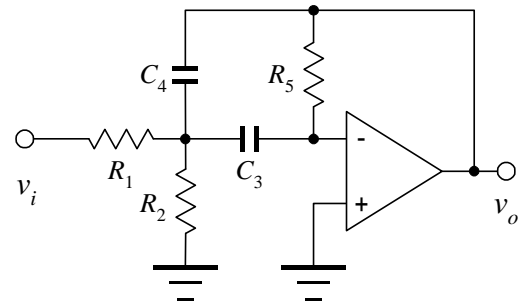


図 24.6 バンドパスフィルタ

$$R_1 = \frac{Q}{2G_0\pi f_c C_3},$$

$$R_2 = \frac{1}{(2Q - G_0/Q)2\pi f_c C_3}, \quad R_5 = \frac{Q}{2\pi f_c C_3}$$

## 2 実験

### 2.1 実験装置

配線用ブレッドボードおよび配線ケーブル、DC 電源 ( $\pm 15V$ )、ファンクションジェネレータ、オシロスコープ、OP アンプ (LF356)、各種抵抗・コンデンサ

ブレッドボードおよび OP アンプ LF356 については、実験課題 23 の 2.1「実験装置」の部分の解説を参照してほしい。

### 2.2 実験の手順

1. ブレッドボード上に図 24.2(a) の単帰還型ローパスフィルタの配線をする。このとき  $C$  は  $0.047\mu F$  として、通過域での振幅比を 10、カットオフ周波数を 100 Hz とするように  $R_1$  と  $R_2$  を決定せよ。実際にはこれに近い抵抗を用いれば良い。抵抗値は実測しておく。
2. ファンクションジェネレータから、 $0.5 V_{p-p}$  の正弦波信号を加える。このときの入力、出力をオシロスコープの DC 結合モードで観測し、それぞれの波高値をスケールで測って振幅比を決定する (入力信号の波高値も実測すること)。測定周波数は、カットオフ周波数の設計値が 100 Hz となることを考慮して適宜判断する。

同時に位相差の周波数依存性も測定する。位相変化は、入出力の正弦波の間の時間

ずれを測定して周期で割り、 $2\pi$ をかけることによって求めても良いし、あるいはリサージュ図形を観測して行っても良い。リサージュ図形を観測する場合は、入力を X 軸に、出力を Y 軸に入れ、X-Y モードで画面に現れる図形をスケッチする。このとき X 軸および Y 軸のスケールを記録しておくのを忘れないこと。

3. 図 24.5(a) の多重帰還型ローパスフィルタ回路をブレッドボード上に作製する。このとき  $C_5$  は  $0.047\mu\text{F}$  として、通過域での振幅比を 10、カットオフ周波数を 100 Hz とするよう  $R_1$ ,  $R_3$ ,  $R_4$ ,  $C_2$  を決定して用いよ。回路ができれば 2 と同様の測定を行う。
4. 時間があったら、図 24.5(b) の多重帰還型ハイパスフィルタ回路や、図 24.6 のバンドパスフィルタ回路も作製し、その周波数特性を測定せよ。このときの回路パラメータについては、担当教員に問い合わせること。

### 3 解析

1. 設計した回路パラメータを含め、各回路の回路図を書く。
2. 各フィルタの振幅比の周波数依存性を測定した結果をグラフにする。このとき横軸は周波数の対数軸とし、縦軸は入力・出力電圧の振幅比  $G$  の dB 値 ( $20\log_{10} G$ ) とする。また作製した回路に対する理論値も求め、同様にプロットする。特にカットオフ周波数付近での振幅比の変化が良くわかるように意識すると良い。
3. 実験の手順 3 で得たリサージュ図形から、入力信号と出力信号の間の位相差を導出せよ。またその周波数依存性をグラフにせよ。理論値も求めてみよ。

### 参考文献

- [1] 金原 粲 編著「応用物理実験学」オーム社 (1989)
- [2] 桜井捷海、霜田光一「応用エレクトロニクス」裳華房 物理学選書 17 (1979)
- [3] トランジスタ技術 SPECIAL No.44「特集 フィルタの設計と使い方」CQ 出版社 (1994)