

14 ホール効果

ホール効果とは 1879 年 Hall によって発見された効果で、電流を流した物体に磁場をかけると、両者のベクトル積の方向に電場が生じる現象を言う。この効果を利用すると高感度の磁気測定センサ等が実現できるが、さらに重要なことは、この効果が電気伝導体の基本的特性を測定する有力な手段であり、抵抗率の測定と組合せると、導体の電気伝導型、キャリアの数とその振舞いなど多くの情報を獲得出来ると言う事である。ここでは、このホール効果を用いて電気伝導体における基本的な量であるキャリア密度と移動度の測定を試みる。

1 理論

1.1 ホール (Hall) 係数の定義

電流は電荷の移動であるから、電流を流す物質の中には、一個所に束縛されずに物体中を移動できるような電荷が存在していることになる。これを自由電荷とか担体 (キャリア) と呼ぶ。電気伝導性の物質は、そのキャリアの符号によって区別され、電荷が正のものを p 型、負のものを n 型と呼ぶ (ダイオードの実験の説明も参照のこと)。

いま図 1 のような、 x 軸に垂直な面の幅が w 、断面積が S の試料を考え、この試料の x 方向に電場 E_x をかけて電流 I を流す。すると電荷は、p 型の試料では x 軸の正の方向に、n 型の試料では負の方向に流れることになる。

ホール測定においては、この電流を流した試料にさらに磁場を加える。図 1 では、紙面の奥に向かう方向に磁場 B_z をかけている。すると速度ベクトル \vec{v} で運動しているキャリアはローレンツ力

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}_z) \quad (14.1)$$

を受ける。 q はキャリアの符号を含めた電荷である。p 型と n 型では、速度ベクトルと電荷の符号の両方が逆転するので、結局ローレンツ力の向きは同じ方向、紙面右向きになる。

キャリアはローレンツ力により y 軸と逆方向に流される。しかし y 方向には電氣的に回路は閉じていないから、定常的な電流が流れることはできず、 y 方向に垂直な試料表面 (xz 面) にキャリアが蓄積されて、電場 E_y を生じることになる。この電場をホール電場と言う。電荷の符号が逆であるから、生じる電場の向きも逆になる。この向きによって試料が p 型か n 型かを判別できる。電場そのものを測ることはできないが、 y 軸に垂直な二つの面にそれぞれ電極を付けて、この電極間の電位差を測定すれば、電場がどちらを向いているか、および電場の大きさを決定できる。

ホール係数 R_H はこのホール電場 E_y 、電流密度 $j_x = (I/S)$ 、磁場 B_z によって

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B_z} \quad (14.2)$$

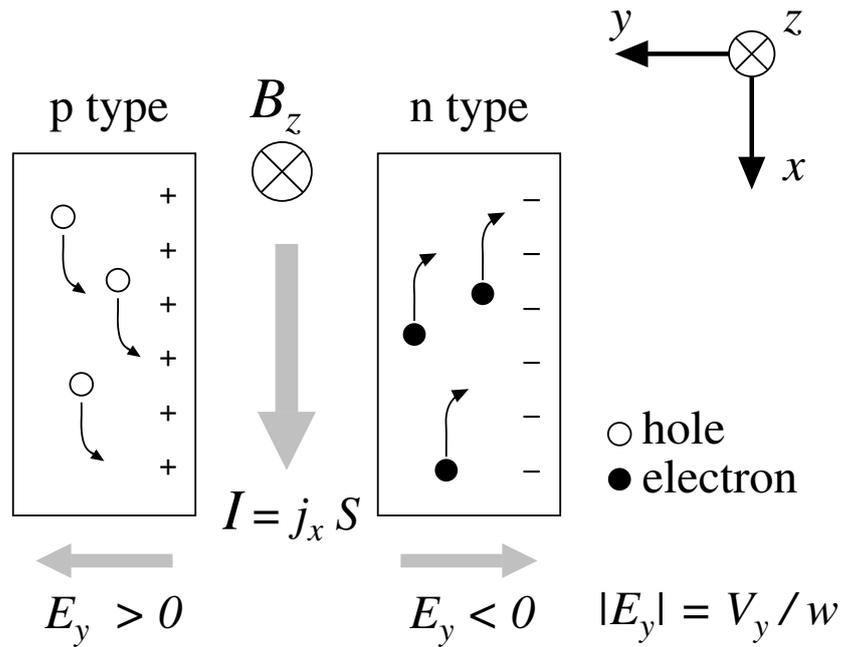


図 14.1: ホール効果

と定義される量である。

1.2 電気伝導現象とホール測定

ホール係数からどんな情報が得られるかを知るために、伝導現象をミクロな視点から考えてみよう。通常の物質ではキャリアはほぼ均等に分布している。この体積あたりの個数はキャリア密度と呼ばれ、通常 n で表される。 x 方向に電流が流れているときは、これらキャリアの平均速度が x 方向に有限の値 v_x を持っているわけである。試料の電流密度を j_x とすると、これらの関係は

$$j_x = nqv_x \quad (14.3)$$

と書ける。

キャリアの平均速度 v_x は外部の電場によって生じ、その大きさに比例する。

$$v_x = \mu E_x \quad (14.4)$$

この μ は易動度 (mobility) と呼ばれ、電荷密度 n とともに物質に特有な基本物理量である。実は式 14.4 はオームの法則

$$V = IR \quad (14.5)$$

の微視的な記述になっている。物質の電気抵抗 R は物質の断面積 S に反比例し、長さ ℓ に比例する:

$$R = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{S} \quad (14.6)$$

この比例係数に現われる σ は電気伝導度と呼ばれる。式 14.5 と式 14.6 から

$$\frac{I}{S} = \sigma \frac{V}{\ell} \Rightarrow j_x = \sigma E_x \quad (14.7)$$

となる。ただし $I/S \equiv j_x$ 、 $V/\ell \equiv E_x$ を用いた。さらに式 14.3 を入れて整理すれば

$$v_x = \frac{\sigma}{nq} E_x \quad (14.8)$$

となり、式 14.4 と同じ形式となる。

図 1 に戻ろう。ホール電場 E_y が生じている定常状態では、電流は x 方向にのみ流れているから、ローレンツ力 \vec{F}_L は y 成分 $F_L = qv_x B_z$ のみを持つ。このローレンツ力と E_y による力 qE_y とは釣り合っており、

$$qE_y = qv_x B_z \quad (14.9)$$

である。式 14.9 に式 14.3 を代入すれば

$$E_y = \frac{1}{nq} j_x B_z \quad (14.10)$$

が得られる。この式を式 14.2 と比較すれば

$$R_H = \frac{1}{nq} \quad (14.11)$$

となり、ホール係数の符号からキャリアの符号が、絶対値から電荷密度 n を知る事ができる。

さらに σ を測定すれば、式 14.4 と式 14.8 を比較することによって

$$\mu = \frac{\sigma}{nq} = R_H \sigma \quad (14.12)$$

となるから、もう一つの基本量である μ も決定できる。

注意 以上の議論は、ベクトルの外積演算の際に右手系の座標系を前提において行っている。実験において、式 14.2 よりホール係数の符号を求める場合には、電場、電流、および磁場の向きを確認しておき、その向きを考慮に入れて符号を考えることが非常に重要である。

Q. MKSA 系において、上記の各物理量がどのような単位を持つか記せ。(基本単位に分解したものと、通常用いられているものと両方記すのが望ましい。)

2 実験

2.1 実験装置

シリコン測定試料、試料通電用の端子ボックス、電磁石、電磁石励磁用電源（菊水電子製）、デジタルマルチメータ（ADVANTEST 製 1、METEX 製 1）、乾電池内蔵の定電流源、配電ボックス

シリコン測定試料 通常ホ - ル測定では、被測定物質をを図 14.2 の形状に切出したものが測定試料として使われる。上下の 2 個の端子は電流を流すためのもので、中央部分の 6 個の端子のうち、中央の 2 つはホ - ル電場測定用、残りの 4 つは伝導率測定用のものである。このような形状の試料を通常“むかで型”試料と呼ぶ。

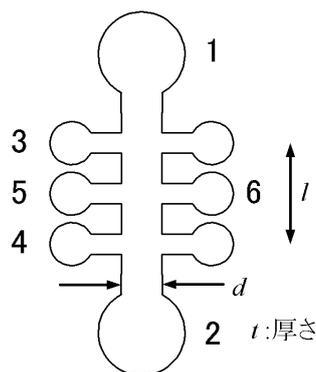


図 14.2: “むかで型” 試料

本実験では、伝導度測定には 3-4 端子間の電圧を、ホール電場測定には 5-6 端子間電圧を用いることにする。外部光や電氣的誘導が測定に及ぼす影響を避けるため、試料はアルミケースの中に収められている。

各端子からの引き出し線は、集合端子と多芯ケーブルを通して試料通電用の端子ボックスへとつながっている。素子の端子と番号との関係は、図 14.2 を参照のこと。

本実験で用いる試料のサイズは

$$l = 7.0[\text{mm}] \quad d = 2.0[\text{mm}] \quad t = 1.0[\text{mm}]$$

である。計算においては各々の誤差を $\pm 0.05[\text{mm}]$ とすること。

電磁石 電子磁気工業(株)製のもので、磁極材料には純鉄が用いられている。この電磁石の磁極はハンドルを回すことによって変化させることができ、測定の際にはこの磁極間に直接アルミニウムの試料ケースを挟んで測定する。アルミケースの幅は 20 [mm] であり、この磁極間隔における磁場と電流の関係はグラフとして机上に用意してあるものを用いる。

電磁石で発生する磁場の方向は、流す電流の方向を逆にすれば逆転する。電磁石に流す電流の向きと発生する磁場の方向の関係も、机上に用意してあるので参照のこと。

電磁石に通電するときは、電流 0 の状態から徐々に上昇するように常に心掛ける。また、電磁石に通電の際には、両極に強力な磁場が発生し、鉄製の工具等に対して強力な吸引力が作用するので、これらを近づけないように注意する。指をはさんで怪我をすることもある。

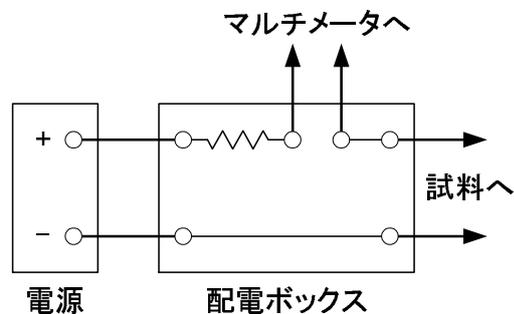


図 14.3: 試料へ電流を流すための回路

試料用電源および配電ボックス 測定試料に流す電流のための電源としては、電流の安定度等の点から乾電池を用いる。乾電池はアルミシャシ - の中に収められ、電圧調整用の可変抵抗が取り付けられている。

試料に流れる電流を測定するために、配電ボックスを用いる。ボックスの中には $1\text{ k}\Omega$ の抵抗が回路に直列に入っている。また、マルチメータへ接続して電流を測定するための端子がついている。

電源、配電ボックス、試料は図 14.3 のようにつなぐ。また電流測定端子を METEX 製のマルチメータに接続して試料に流れる電流を測定する。

2.2 実験手順

1. アルミニウムケースに収められたシリコン測定試料を電磁石磁極間にセットし、端子 1 と 2 の間に 0.5 [mA] の電流を流す。このとき試料にかけた磁場と流した電流の向きを含め、実験環境を確実に再現できるよう、実験ノートにスケッチしておくこと。
3次元なので、きっと諸君が考えているより難しい。図で用いているような記号を用いたり、俯瞰図にするなどして工夫しよう。
2. 電磁石に $0\sim 5\text{ A}$ の電流を流して試料に磁場をかけ、端子 3-4 間の電圧 V_{34} および端子 5-6 間の電圧 V_{56} を ADVANTEST 製デジタルマルチメータで測定する。測定は磁場を強めていくときと弱めて行くときの両方について行ない、得られた値を平均する。

ホール測定では測定電圧の向きが重要な意味を持つので、たとえば 3 と 4 の端子のどちらの電圧が高いのか、などを再現できるようにノートに記しておくこと。具体的には端子につないだマルチメータのケーブルの色を表示数値と共に記録しておけば良い。

3. 続いて励磁用電源につながっている電磁石の端子を手でつなぎ変え、磁場の向きを逆転させる。このつなぎ変えは必ず励磁電源のスイッチを切ってから行なうこと。逆方向に関しても 0~5 A の電流を流して同様に V_{34} および V_{56} を測定する。
4. 机上のグラフを使って、各励磁電流値において発生した磁場の強度を求める。この磁場の値を用いて V_{34} vs B_z 、 V_{56} vs B_z のグラフを作成する。
5. 端子 1-2 間の電流を 1 [mA] とし、同様の測定を行う。

3 解析

計算の際には、理論の節に出てきた各量と測定値とが

$$j_x = \frac{I_{12}}{td}, \quad E_x = \frac{V_{34}}{\ell}, \quad E_y = -\frac{V_{56}}{d}$$

のように対応していることを利用すると良い。ただし、

I_{12} : 端子 1 から 端子 2 に向かって流れる電流

V_{34} : 端子 4 を基準にした端子 3 の電圧 (端子 4 を COM につないだ時の電圧計の表示)

V_{56} : 端子 6 を基準にした端子 5 の電圧 (端子 6 を COM につないだ時の電圧計の表示)

である。座標軸のとり方は図 14.2 を見ること。

1. 0.5 [mA]、1 [mA] それぞれについて得た $V_{56} - B_z$ グラフの傾きから、ホール係数 R_H を式 14.2 を用いて算出する。
2. 磁場が 0 の時の V_{34} の値から、式 14.7 の右の等号の関係を用いて導電率 σ を決定する。以上の結果を担当教官に報告し、当日の実験は終了となる。
3. $V_{56} - B_z$ グラフの傾きを最少二乗法を用いて誤差とともに求める。誤差伝播の公式を用いて、 R_H 、 σ の値を誤差とともに計算する。
4. R_H の符号より多数キャリアの符号を決定し、次にキャリア濃度 n を式 14.11 から計算する。
5. σ とキャリア濃度 n とから式 14.12 の関係を用いて易動度 μ を求める。

レポートには導電率 σ 、ホ - ル係数 R_H 、キャリア濃度 n 、易動度 μ それぞれについて、計算過程の一例と誤差を含んだ結果を示す。この試料が p 型か n 型かを述べるとともに、不純物濃度を推定する。易動度は典型的な文献値と比較する。

Q. 試料に流す電流によってデ - タが若干変化するのはなぜか。

Q. 磁場 0 において、 $V_{56} = 0$ とならないのはなぜか。

Q. 電磁石の電流を増やすときと減らすときで、測定データに系統的な違いが見られるだろうか。またそれはなぜか。

参考文献

- [1] 金原寿郎：「基礎物理学（下）」裳華房.
- [2] 山田直平：「電気磁気学（第二次改定版）」電気学会.
- [3] 小田幸康、大石和男：「物理実験入門」裳華房.
- [4] 庄野克房：「半導体技術（上）」東京大学出版会.
- [5] キッテル：「固体物理入門（上）」丸善.