

2.2 放射線の計数とポアソン分布

Radioisotope (RI、放射性同位元素)は医学等多くの科学技術分野で広く活用されているが、それ自体も物理学の興味ある研究対象である。本実験では、RI の崩壊現象がランダムに起こること、そのため定まった時間内に観測される計数(カウント)に揺らぎが生じ、この揺らぎがポアソンの法則に従うことを学ぶ。ポアソンの法則に従う揺らぎは他の分野でもしばしば遭遇するが、RI の崩壊現象はその典型的な例である。

1. 実験の原理

1.1 放射線とは

放射線の種類には種々なものがあるが、代表的なものを次に示す。

- (1) アルファ線(α 線): ヘリウムの原子核に相当する複合粒子で電離能力が高い。
- (2) ベータ線(β 線): 高速で飛行する電子。電離能力は中程度である。高速で飛行する陽電子(positron)の場合もある。
- (3) ガンマ線(γ 線)、X線: とともにエネルギーの高い電磁波であるが、原子核から放出される電磁波を γ 線、軌道電子の再配列等で原子から放出される電磁波を X 線と呼び、両者を区別している。電離能力は低い。

放射性核種の壊変に際しては、これらのうちの一つまたは複数が放出される。どのような放射線がどの程度放出されるかは核種により決まっており、アイソトープ表などから知ることができる。

1.2 壊変の基本則

放射性核種は放射線を放出し、より安定な核種へと遷移する。この壊変が起こる確率は放射性核種の個数 N に比例する。よって時間 dt あたりの N の減少数 $-dN$ は、 ν を比例係数として

$$-dN = \nu N dt \quad (22.1)$$

と書ける。符号を反転させた dN は、時間 dt あたりに放出される放射線の数になる。式 22.1 を解くと

$$N = N_0 \exp(-\nu t) \quad (22.2)$$

が得られる。つまり放射性壊変においては、元の原子核の数は時間とともに指数関数的に減少する。このとき、放射性原子核の数が半分になるまでの時間 $T_{1/2}$ を半減期という。式 22.2 で N が N_0 の半分になる時間がこの半減期にあたるから、

$$\frac{1}{2} = \exp(-\nu T_{1/2}) \quad (22.3)$$

という関係が得られる。これを解けば $T_{1/2} = \ln 2 / \nu \approx 0.693 / \nu$ となる。

実際の測定時間が半減期よりも十分短い場合は、測定の間 N は一定であると近似できる。よって式 22.1 より、放射線の放出率 dN / dt も測定中は一定と考えてよい。

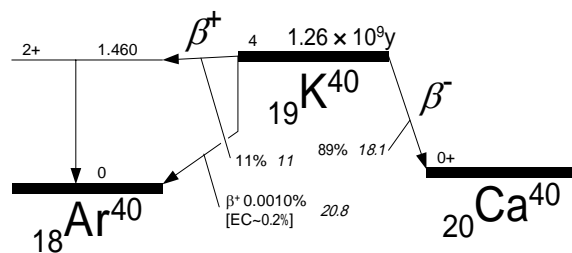


図 22.1 ^{40}K の崩壊図式 (Decay Scheme)

本実験では放射線源として天然のKCl (塩化カリウム)を用いる。天然のカリウムには半減期が 1.26×10^9 年の放射性核種 ^{40}K が0.012% 含まれる。この ^{40}K は図22.1に示すような崩壊をし、1.34 MeVのエネルギーを持つ β^- 線を1壊変につき11%の確率で放出する。これは、カリウム100gあたり毎秒約350個の β^- 線が放出されることに相当する。本実験ではこの β^- 線をNaI(Tl)シンチレーション計数管により検出し、一定時間内に検出したパルス数をパルスカウンタにより測定する。

Q. 天然のカリウム100gからの β^- 線放出量が毎秒350個となることを計算によって求めてみよ。カリウム原子の平均質量を 6.5×10^{-23} gとしてよい。

1.3 崩壊のランダム性

放射線は放射性核種の崩壊に際して放出されるが、原子核の崩壊はランダムな現象であるため、測定される計数値もランダムな事象となる。ある特定の原子核が崩壊する確率は決まっても、それがいつ崩壊するかを予言することはできない。「ある時間内に観測される計数値」は、このランダム事象の時間平均であるが、これは測定の度に若干異なった値となる。すなわちある時間内に観測される計数値は“ゆらぐ”のである。この統計的ゆらぎは、次のポアソン分布 (Poisson Distribution) で与えられる。

$$P(N) = \frac{\lambda^N \exp(-\lambda)}{N!} \quad (22.4)$$

$P(N)$ は1回の測定を行った時に計数値がNとなる確率を与える。 λ は分布の形を決めるパラメータで、実はこのような測定を多数行った場合の計数の平均値を与える (つまり分布 $P(N)$ の平均値は λ となる)。またこの分布の標準偏差は $\sqrt{\lambda}$ で与えられる。

なお N が大きい時 ($N > 10$ 程度) には、このポアソン分布はほぼ正規分布 (ガウス分布) で近似できる。

Q. 式22.4のポアソン分布のグラフを、 $\lambda = 1, 3, 5$ の場合について描いてみよ。

Q. 式22.4で与えられる確率分布の平均値が λ 、標準偏差が $\sqrt{\lambda}$ となることを、統計学の知識を用いて証明してみよ。

2. 実験

2.1 シンチレーション計数装置

今回 β^- 線の測定に用いるシンチレーション検出器の動作を図22.2に示す。NaI(Tl)のシンチレータに入射した β^- 線は、シンチレータの中で光電効果やコンプトン効果等の相互作用を起こし、 β^- 線の持つエネルギーの一部または全部がシンチレータ中の電子に与えられ

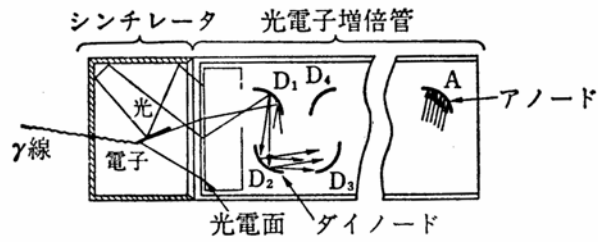


図 22.2 シンチレーション検出器の動作

る。この結果運動エネルギーを得た電子がシンチレータ結晶を励起し、その緩和の際に光が放出される。これをシンチレータ光と言う。

このシンチレータ光が光センサーである光電子増倍管 (photomultiplier Tube: PMT) の光電面 (CsSb などの薄膜) に当たると、ここで光強度に比例した数の電子が光電子増倍管の中の真空空間に放出される。光電面と電極 (ダイノード) の間には 100V 程度の電圧が印加されているため、電子はこの電圧により加速されてダイノードに衝突し、この際入射電子 1 個あたり数個の二次電子がダイノードから放出される (この電子が増える現象を二次電子増倍という)。第 1 ダイノードから放出された二次電子をさらに同様な操作によって第 2 ダイノード、第 3 ダイノード...と順次増倍していき、最終的に 10 段程度の増倍を繰り返す。微弱光の照射によって高電面から放出されたわずかな数の電子は数 10 万倍程度に増倍され、大きなパルス信号が得られる。このよう光電子増倍管と放射線入射時に微弱な発光をするシンチレータとを組み合わせ、全体を遮光の筒にいれたものがシンチレーション検出器 (Scintillation Detector) である。

線用のシンチレータとしては NaI(Tl) (タリウム活性化ヨウ化ナトリウム) 結晶が代表的だが、CsI(Tl) (タリウム活性化ヨウ化セシウム) も用いられる。そのほか 線用のシンチレータとして、プラスチックシンチレータ (蛍光材を混入したスチレン) や液体シンチレータ (蛍光材をトルエン等の溶媒に溶かしたもの) などもしばしば用いられる。

このようにして得られたパルス信号は、さらに増幅器によって増幅する。次にこの増幅したパルス信号を波高選別器に通し、一定の大きさを持ったパルスのみをパルスカウンタにより計数する。パルス波高選別するのは、ノイズを除去したり特定の核種からのパルスを選択計数したりするためである。通常パルスカウンタにはタイマが付属しており、計数時間を任意に設定できるようになっている。

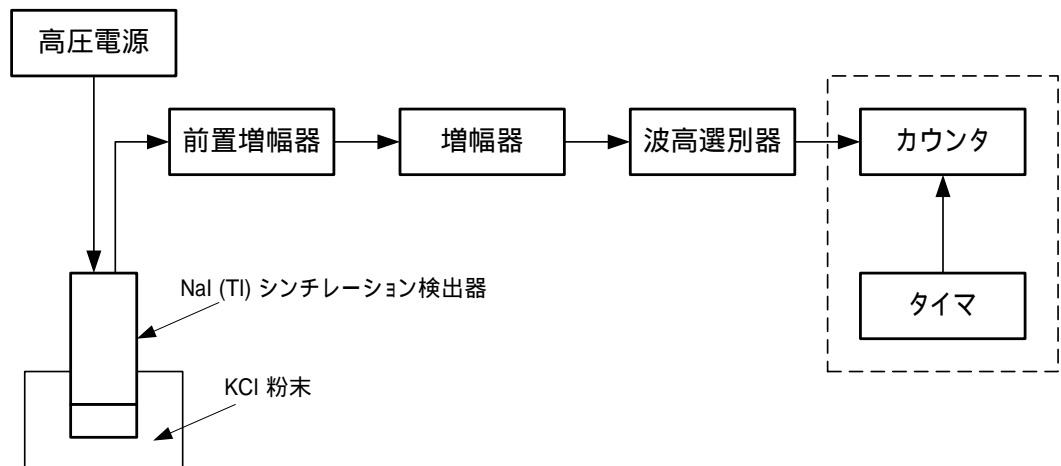


図 22.3 計数装置の接続

2.2 使用器具

本実験での線の測定には図 22.2 に示す NaI(Tl) シンチレーション計数装置を用いる。これをプラスチック製の円筒容器(逆井戸型)に入れ、中心軸部に NaI(Tl) シンチレーション検出器を配置する。円筒容器には、放射線源として用いる KCl 試薬 500g を充填したものと、バックグラウンド測定用のブランク容器とを用意してある。また、外部からの放射線によるバックグラウンドの影響を軽減するため、検出器と容器とは 5 cm 厚の鉛ブロックで取り囲む。

回路部の設定はやや専門的な知識が必要となるので、その設定は実験の担当教員が行うが、その接続と図 22.3 との対応を確認すること。光電子増倍管のゲインは印加電圧によって大幅に変化するが、ここでは NaI(Tl) シンチレーション検出器への印加電圧は 700 ~ 800 V としている。高電圧がかかっているケーブルを引き抜いたりしないよう注意すること。実験は、光電子増倍管に高電圧を印加後 10 分以上経過してから開始する。

実験者はタイマの設定を変更しつつ、カウンタで測定を行うことになる。タイマとカウンタの操作に関しては、実験機に置いてある配布試料を参照すること。

2.3 実験の手順

1. まずシンチレーション検出器を KCl の充填された円筒容器に入れ、タイマの設定時間を 60 秒として、測定を 5 回繰り返す。得られた計数値の平均値を 60 秒で割って、1 秒あたりの計数(計数率)を求める。
2. 手順 1 で得た計数率から、計数値がおおよそ 50 程度となる時間を計算し(1 秒単位でよい)、タイマの設定をその値にする。設定したら 200 回測定を繰り返し、各回での計数値を記録する。このとき測定のために計数値はゆらぎ、必ずしも一定の値は得られない。
3. 表計算ソフト Excel を用いて、200 回の測定データから計数値の頻度分布ヒストグラムを作成せよ。
4. 計数値の平均値 \bar{N} と標準偏差 σ とを求めよ。 σ は各測定値 N_i ($i = 1 \dots 200$) から

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{200} \frac{(N_i - \bar{N})^2}{200 - 1}} \quad (22.5)$$

によって求めることができる。

5. 時間的な余裕があったら、2 から 4 までの手順を、計数値がおおよそ 100 程度となる測定時間についても同様に行う。
 6. KCl 試料の入っていない、ブランクの容器での計数測定を、測定時間を 60 秒として 5 回行う。これは自然放射線等によるバックグラウンドである。手順 2 の測定で得られた測定では⁴⁰Kからの線によるものとバックグラウンドとの和を観測していることになるが、バックグラウンド計数の変動もポアソン分布に従うと考えて良いので、全体の計数値もポアソン分布に従うとしてよい。
- Q. ポアソン分布の和がポアソン分布となることを説明せよ。

3. 解析と考察

1. 式 22.4 から $\lambda = \bar{N}$ の場合のポアソン分布を計算し、これに測定回数の 200 をかけた

ものを、実験の手順 3 で求めたヒストグラムの上に重ね書きせよ。

2. 手順 3 において求めた頻度分布ヒストグラムにおいて、 $(\bar{N} + \sigma)$ と $(\bar{N} - \sigma)$ の間に入るデータの割合を求めよ。なおガウス分布ではこの値は 68.3% になる。
3. 計数のヒストグラムがポアソン分布であれば、平均値は標準偏差の二乗と等しくなるはずである。手順 4 で求めた \bar{N} と σ は、ポアソン分布の特徴を示しているといえるだろうか。なっていないければその理由はなんだろうか。
4. 手順 5 を行った場合は、 \bar{N} と σ との関係についてさらに考察してみよ。
5. KCl 500g から 1 秒間に何個の線が放出されるか計算せよ(まず KCl 500g 中に含まれるカリウムが何 g かを計算しよう)。またこの値と正味の計数(計数からバックグラウンド計数を差し引いたもの)とから、この計数装置の計数効率を計算せよ。
6. テキスト中の各 Q に解答してみよ。

参考文献

- [1] K. Noll 原著、木村逸郎訳:「放射線計測ハンドブック、改訂 2 版」,(日刊工業新聞社、2001)
- [2] 小川岩雄:「放射線」(基礎原子力講座 2)
- [3] 河田 燕「放射線計測技術」東京大学出版会 物理工学実験シリーズ 9
- [4] 石井恵一、堀 素夫:「ガットマン・ウィルクス 工科系のための統計概論」(培風館)