

2006年度 理工学部助手会 講演会

学力テストのデータ解析 ～項目反応理論の基礎～

成蹊大学 理工学部
情報科学科 統計学研究室

吉田 清隆

2006年7月19日(水)

目次

- 項目反応理論の基礎
 - 項目特性曲線
 - 項目反応理論の流れ
 - パラメータ推定
 - 等化
 - テストの構成
 - パラメータ推定の例
- 参考文献

項目反応理論とは

設問

解答(回答)

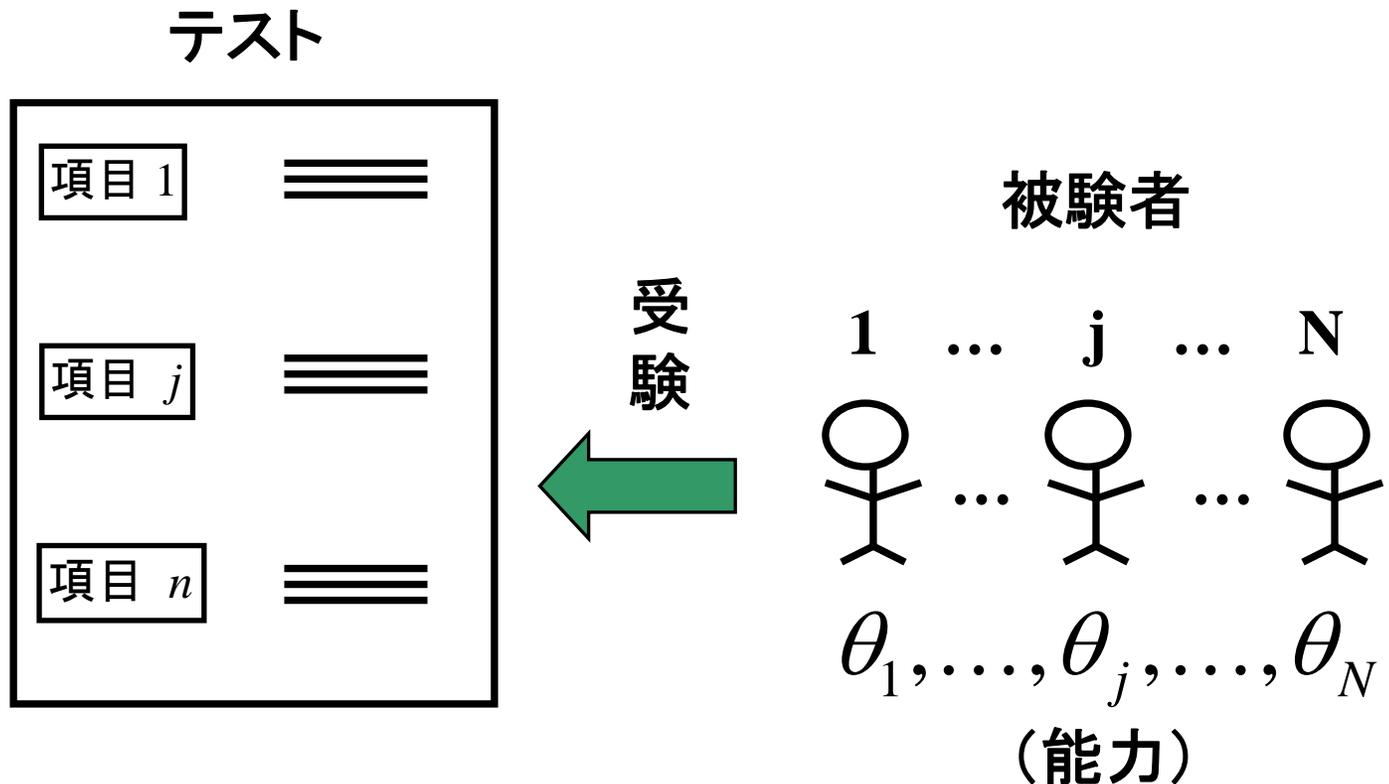
項目反応理論 (IRT: item response theory)
「実践的な数理モデルに基づいた, テストを
作成, 実施, 評価するための理論」

利点

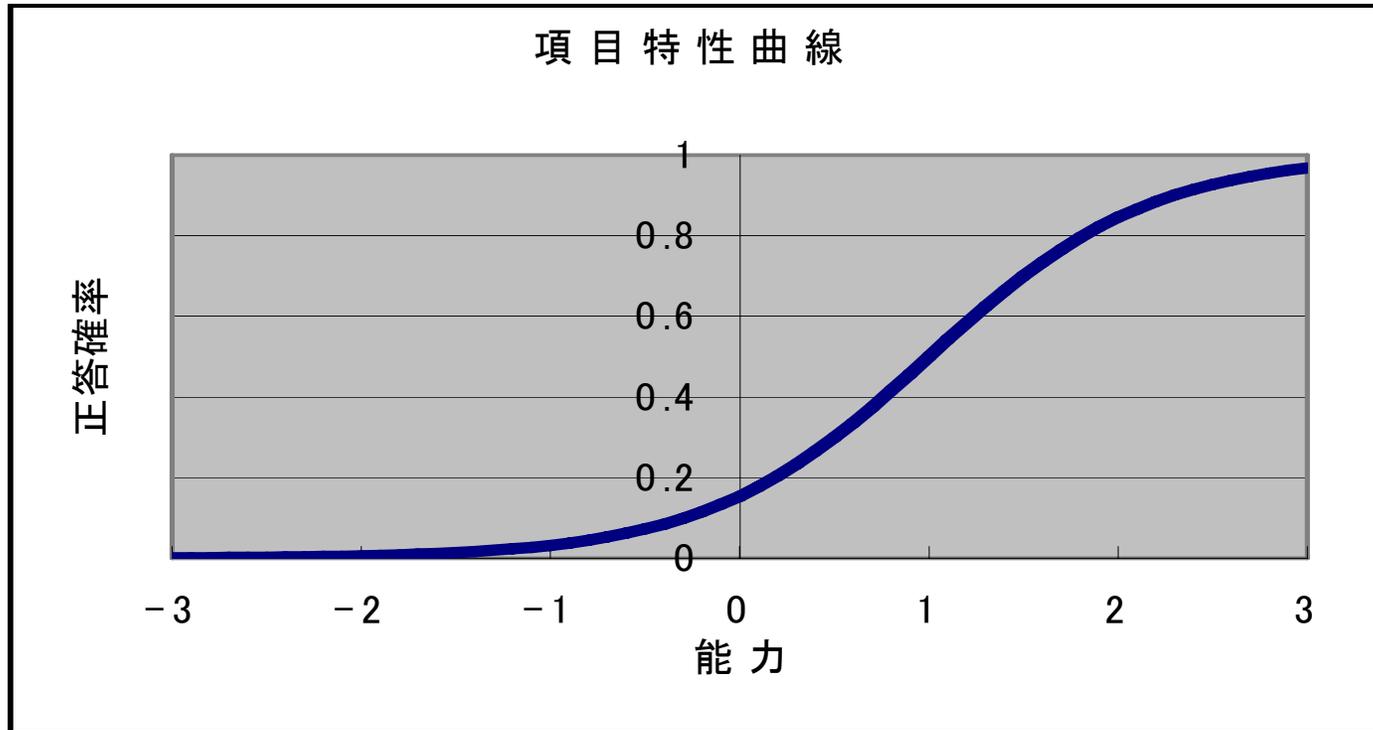
- 異なる場所で異なる時間に異なるテストをおこなっても, 被験者の能力が測定できる
- 測定精度をきめ細かく確認できる
- 複数のテスト間の結果の比較が容易

シチュエーション

n 個の項目(設問)から構成されるテストを
 N 人の被験者(受験者)が受験する。



項目特性曲線 (ICC)



項目 j の正答確率を
能力 θ の関数 $p_j(\theta)$ として表す.

被験者母数と項目母数 (1/3)

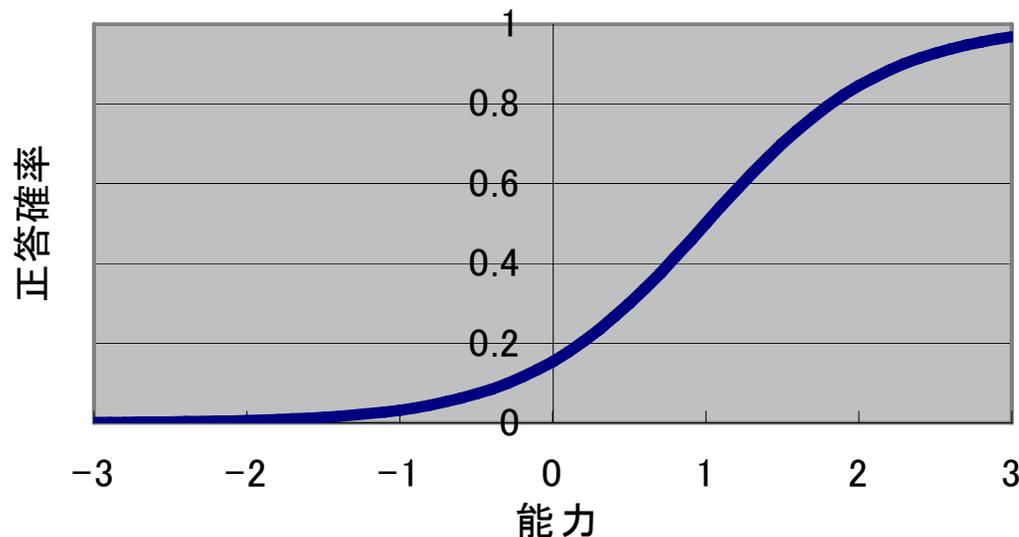
$$p_j(\theta) = \frac{1}{1 + \exp[-1.7a_j(\theta - b_j)]}$$

(2パラメータ・ロジスティックモデル)

θ : 能力 … 被験者母数

a_j : 識別力 } … 項目母数
 b_j : 困難度 }

項目特性曲線

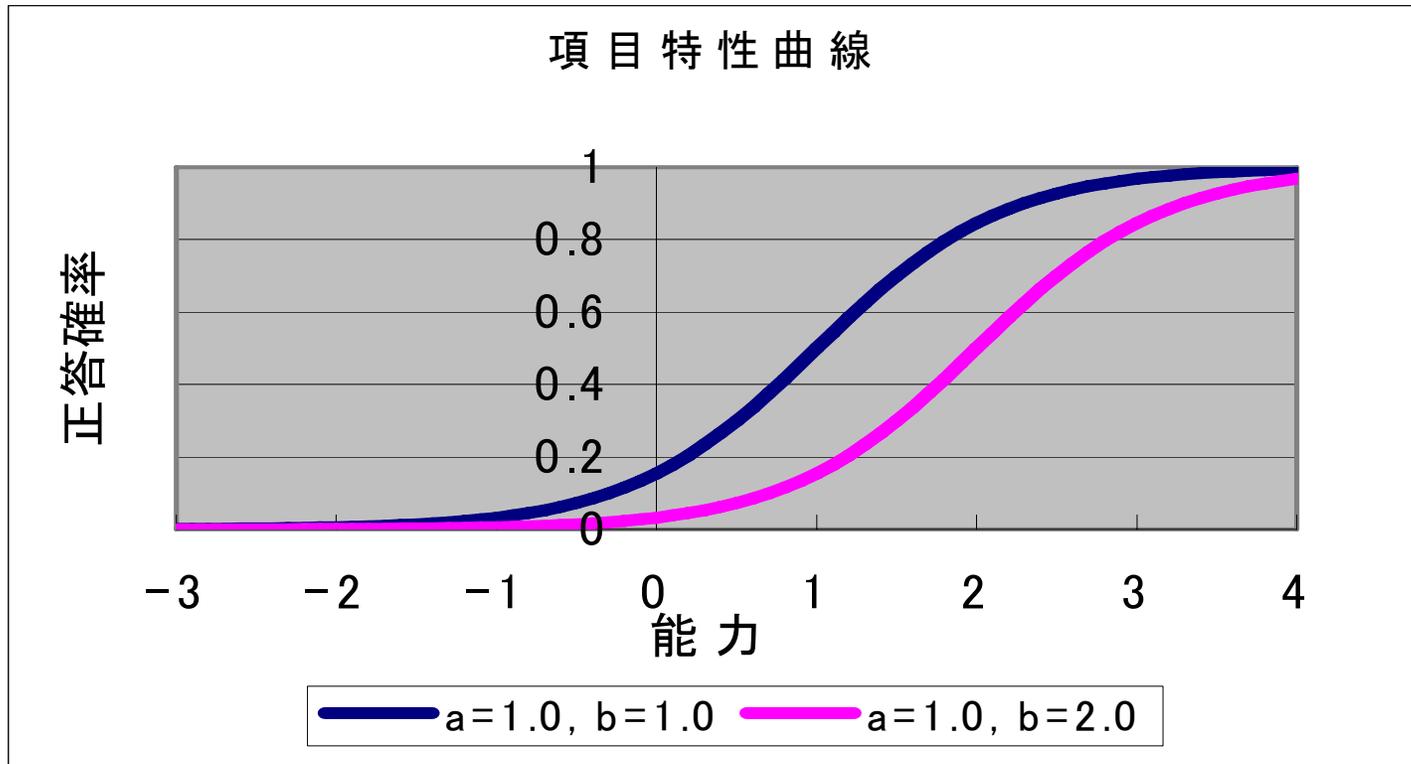


θ が大きくなる
(能力が高い)



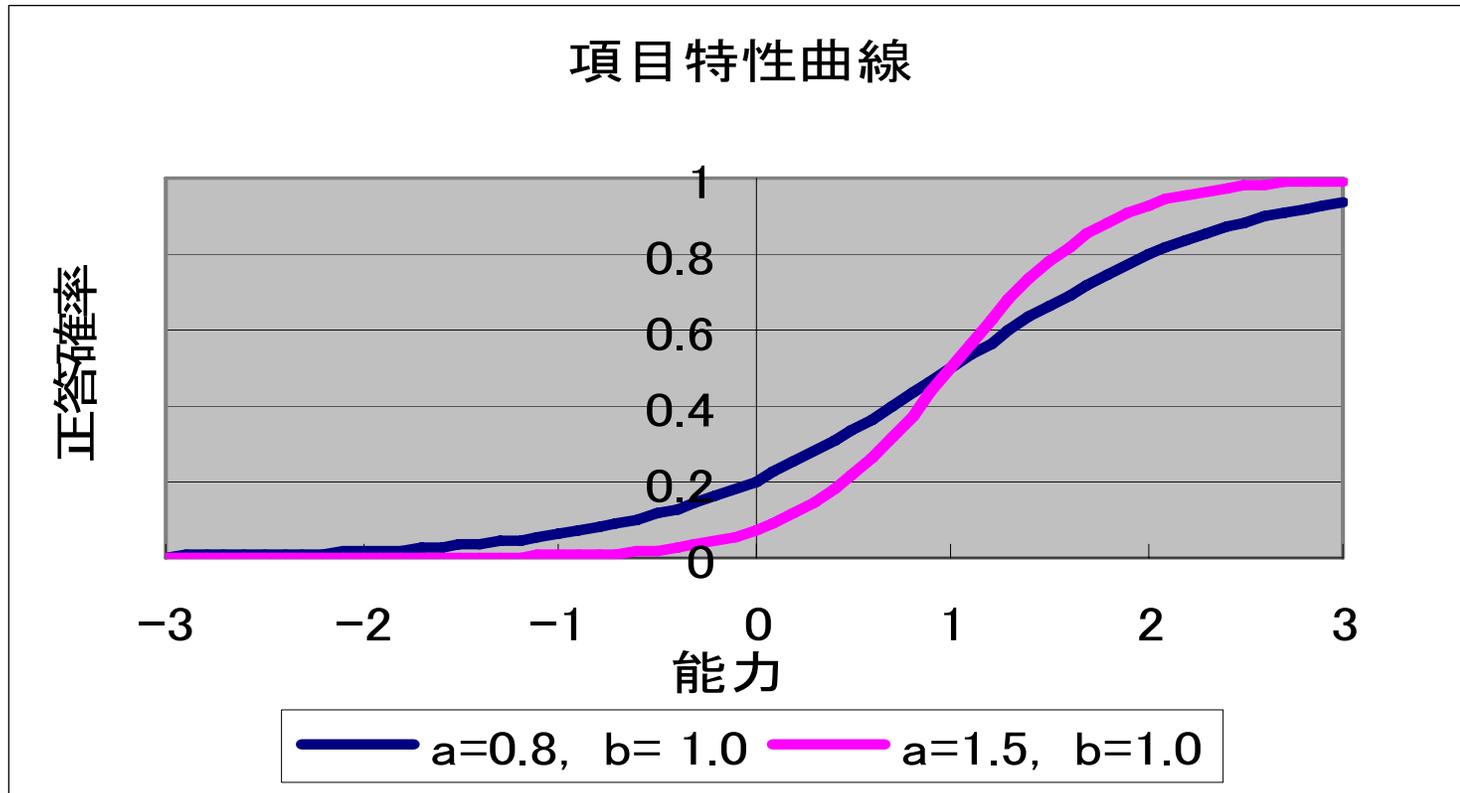
正答確率が高くなる

被験者母数と項目母数(2/3)



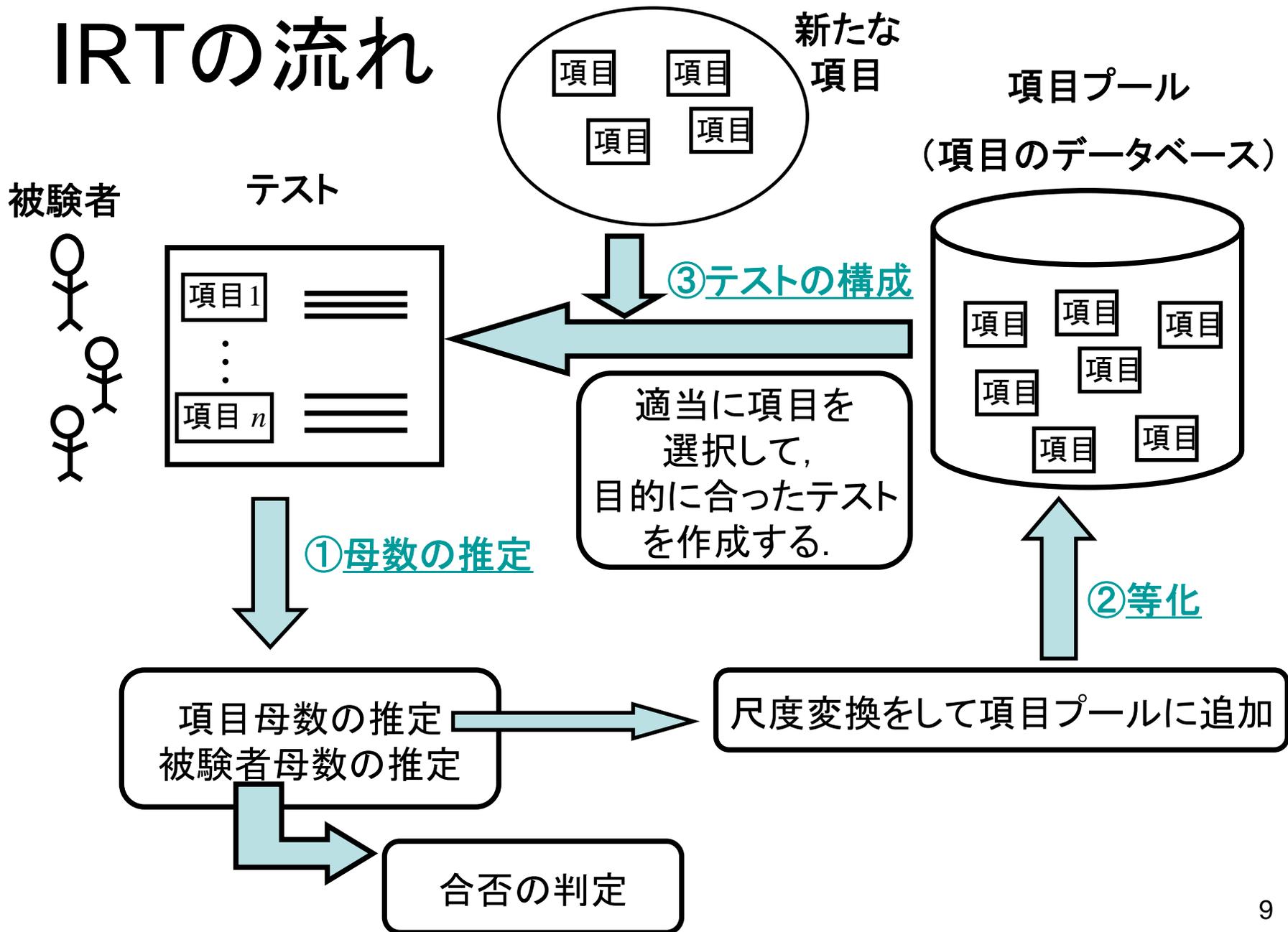
b_j が大きくなる \Rightarrow 曲線は右寄りになる
 \Rightarrow 難しい項目

被験者母数と項目母数 (3/3)



a_j が大きくなる $\Rightarrow \theta = b_j$ における接線の傾きが急になる
 \Rightarrow 被験者の能力を識別し易くなる

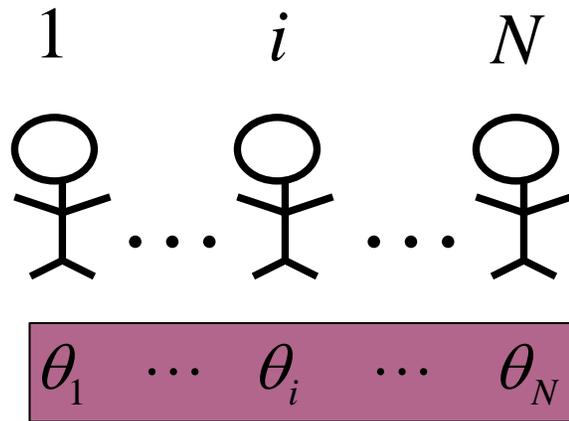
IRTの流れ



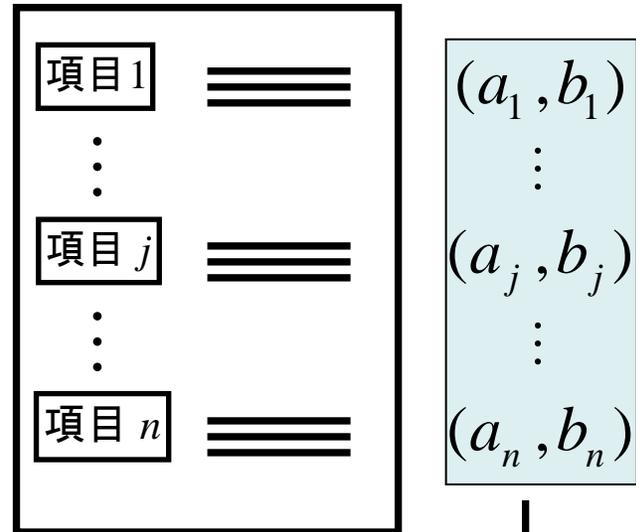
母数の推定

テスト(n 項目から構成)

被験者(N 人)



受験



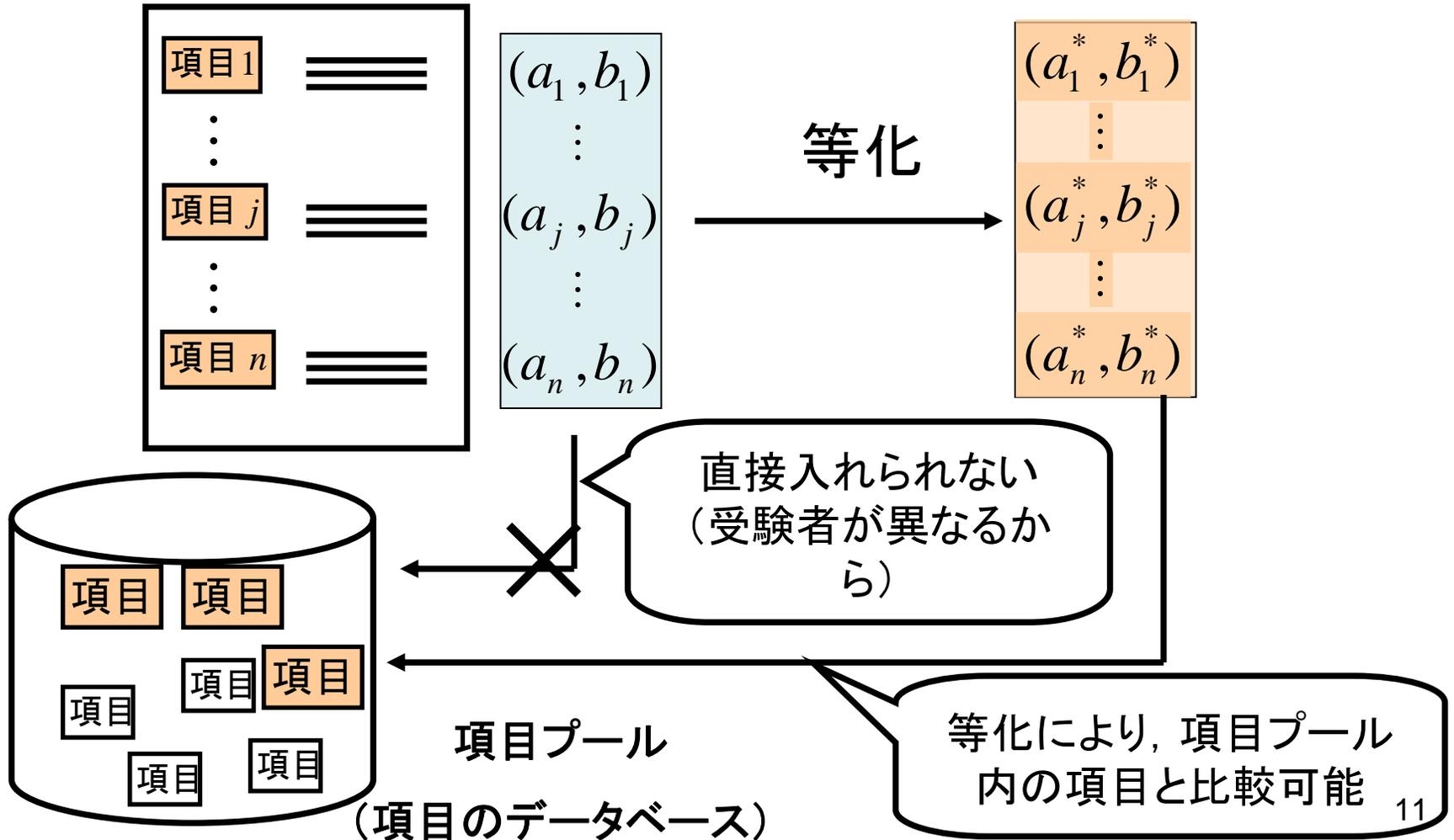
テストの結果より推定

同時尤度法, 周辺尤度法, ベイズ法, MCMC法, etc

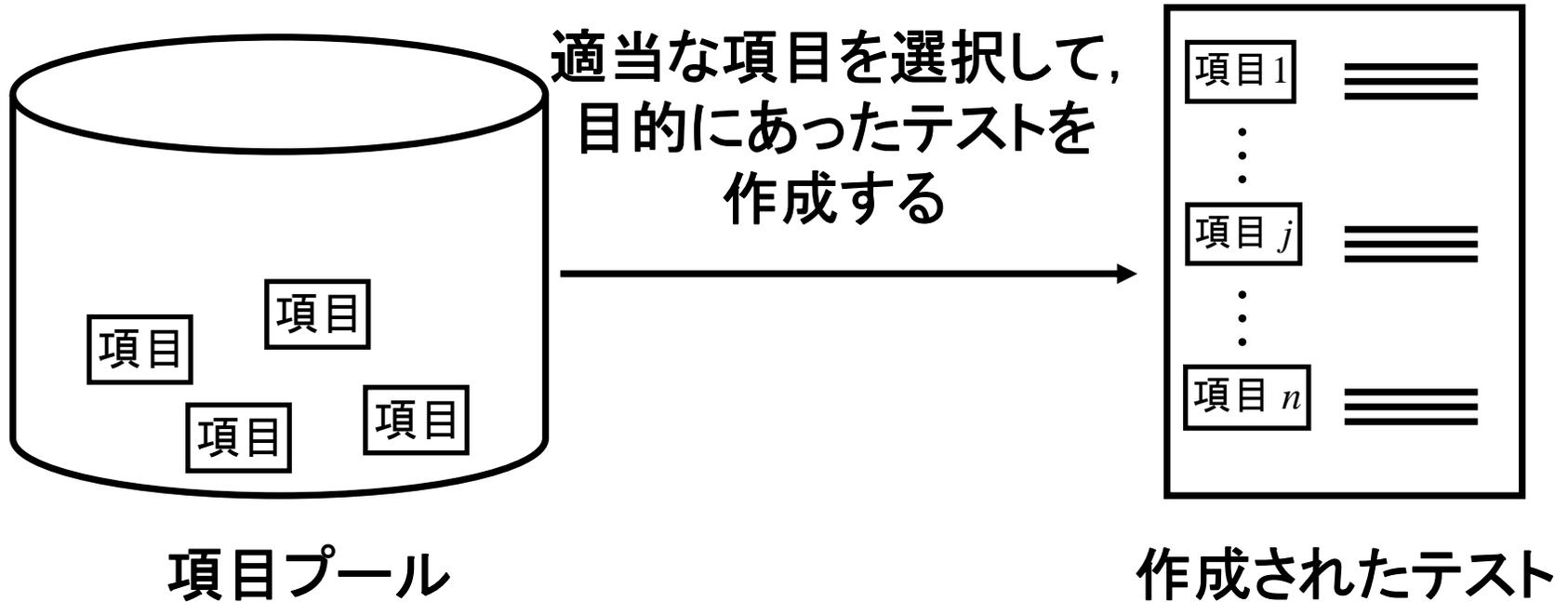
項目母数の等化

[IRTの流れへ](#)

項目母数が推定された, 新たな項目



テストの構成 (1/3)



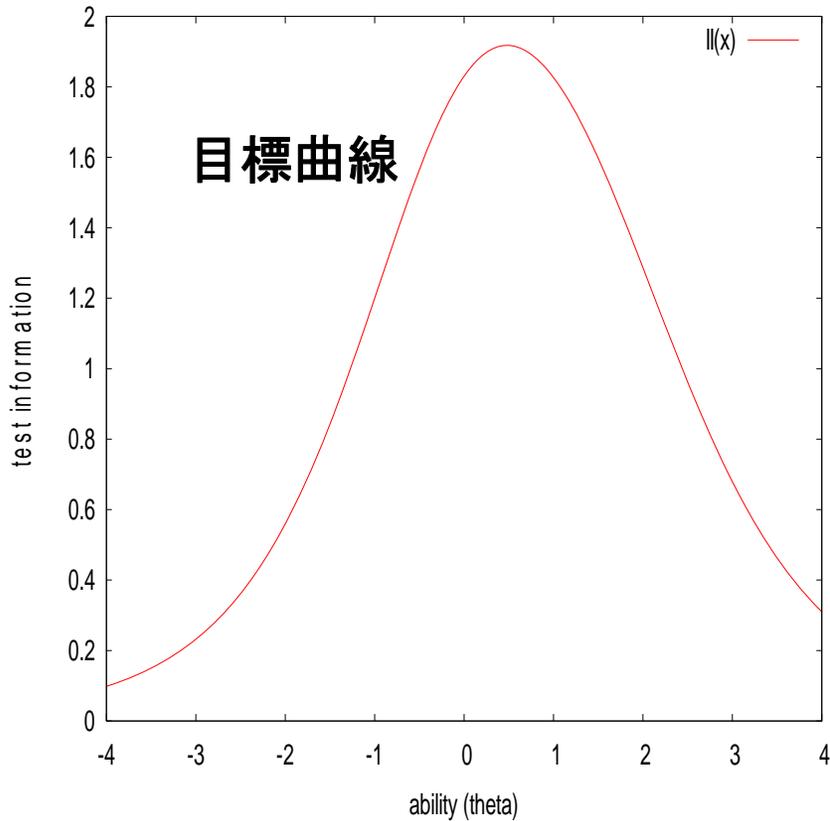
テストの構成(2/3)

$$\text{テスト情報量: } I(\theta) = \sum_{j=1}^n 1.7^2 a_j^2 p_j(\theta)(1 - p_j(\theta))$$

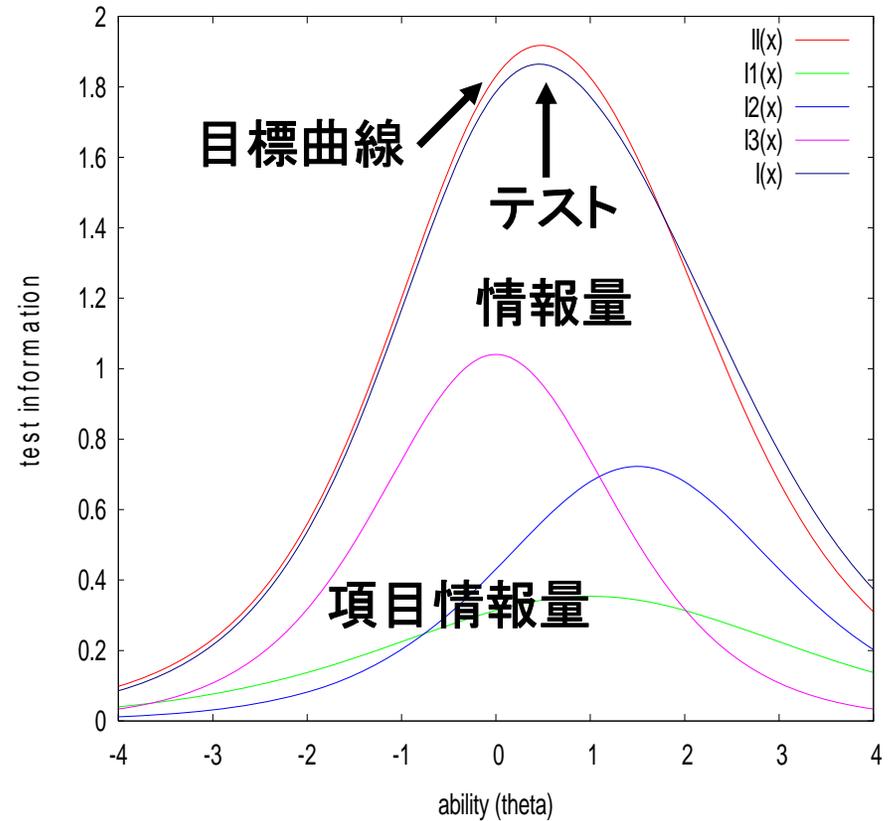
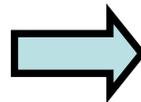
$$\text{項目情報量: } I_j(\theta) = 1.7^2 a_j^2 p_j(\theta)(1 - p_j(\theta))$$

目的とするテスト情報量(目標曲線)を設定し、その曲線に合うように項目を選択する。)

テストの構成 (3/3)



目標曲線を設定する



テスト情報量が目標曲線に
近づくように項目を選択する

母数推定の例(1/5)

以下の空欄に入る適切な単語を(A)~(D)から選択せよ。

(※ 講演時は、設問内容および選択肢を示しましたが、
Web上では公開しません。ご了承下さい。)

(設問1) _____ _____ .

選択肢 (A) ○○○ (B) △△△ (C) □□□ (D) ×××

(設問2) _____ _____ .

選択肢 (A) ○○○ (B) △△△ (C) □□□ (D) ×××

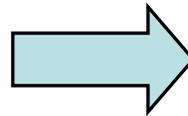
(設問3) _____ _____ .

選択肢 (A) ○○○ (B) △△△ (C) □□□ (D) ×××

母数推定の例(2/5)

10人の被験者が以下のように解答したとする

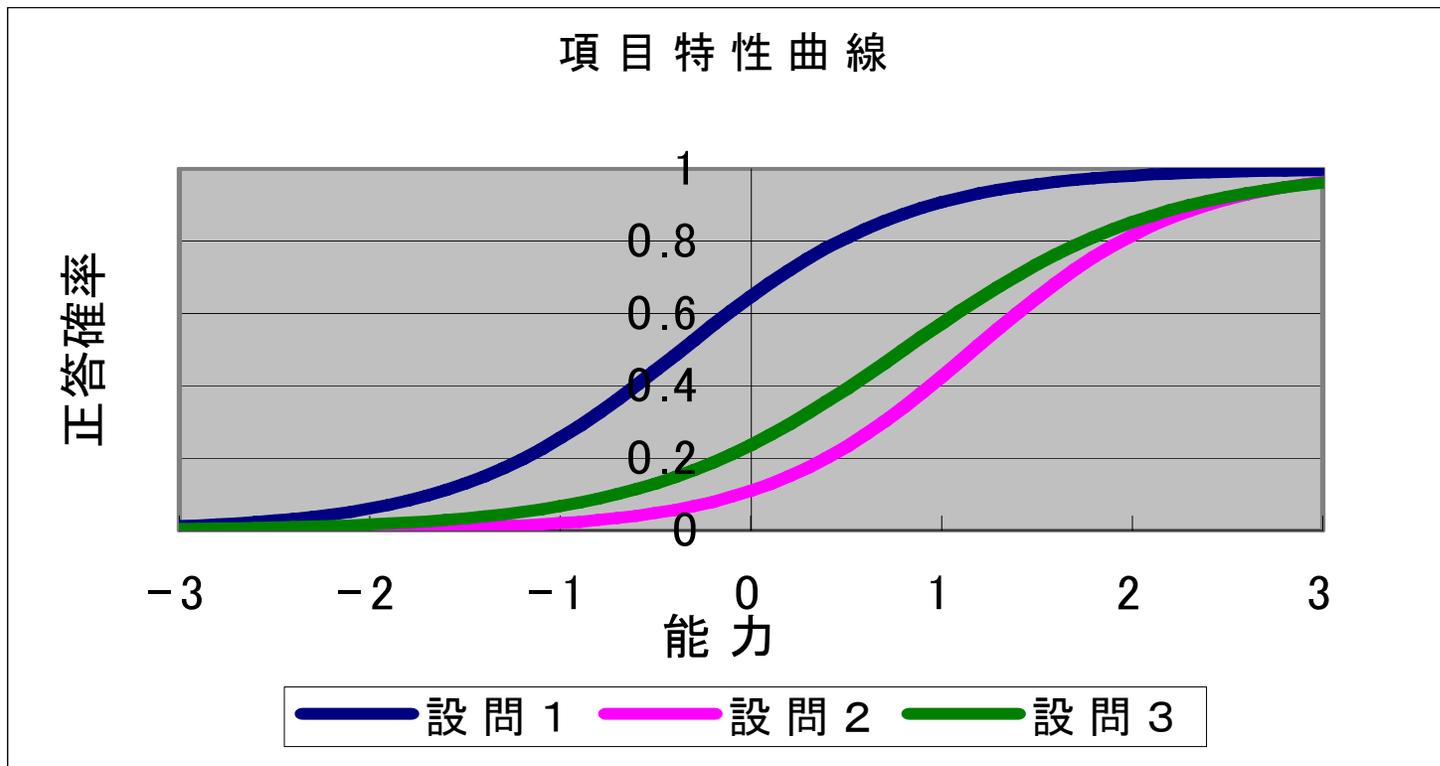
ID	設問1	設問2	設問3
1	C	A	C
2	C	A	B
3	D	C	B
4	A	A	A
5	D	B	B
6	D	A	C
7	D	C	B
8	D	B	C
9	D	C	D
10	C	D	D



正答なら
1, 誤答
なら0に
する

ID	設問1	設問2	設問3
1	0	0	1
2	0	0	0
3	1	0	0
4	0	0	0
5	1	1	0
6	1	0	1
7	1	0	0
8	1	1	1
9	1	0	0
10	0	0	0

母数推定の例(3/5)

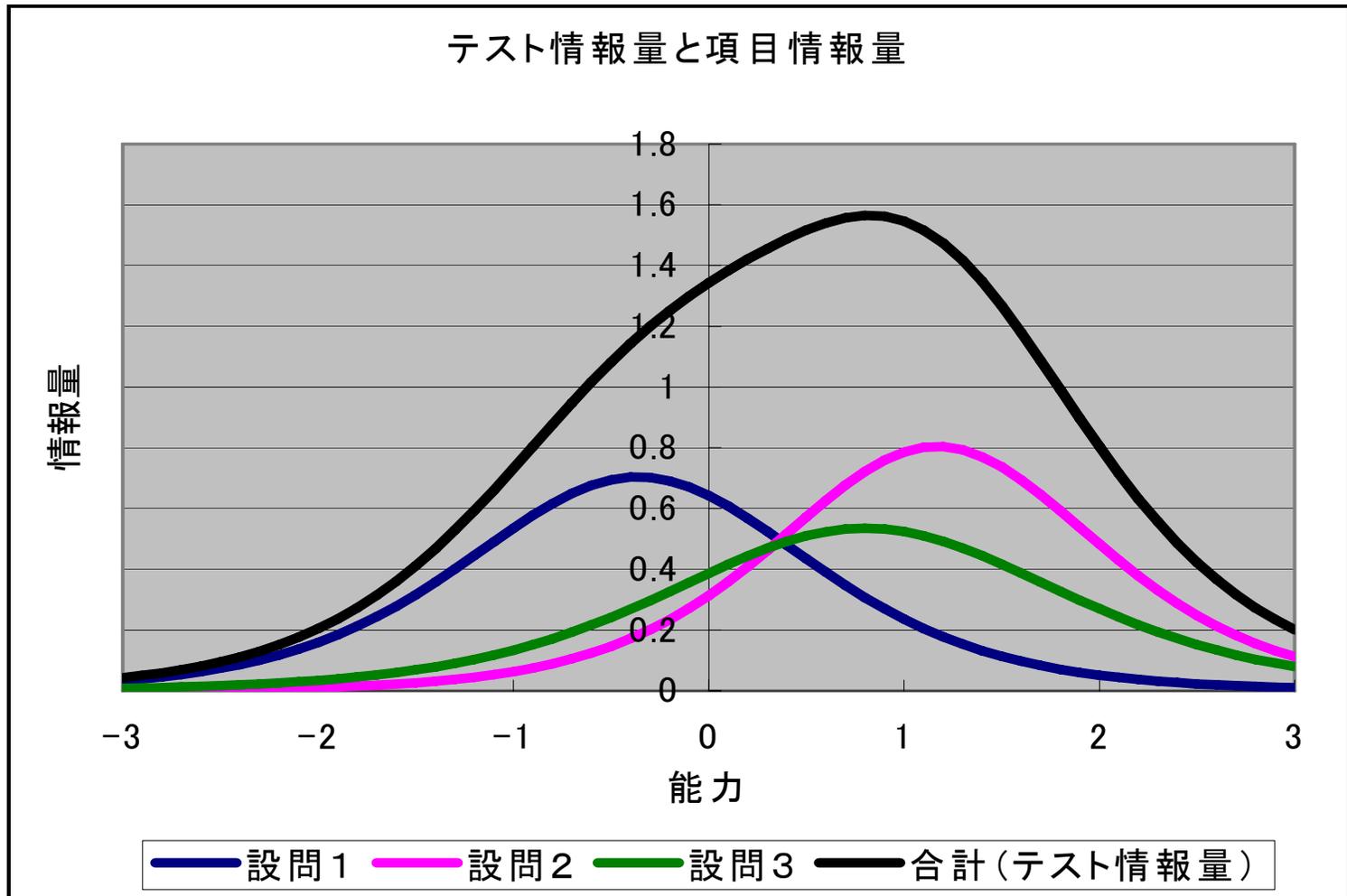


	設問1	設問2	設問3
a(識別力)	0.987	1.055	0.861
b(困難度)	-0.362	1.169	0.802

母数推定の例(4/5)

ID	設問1	設問2	設問3	能力推定値
1	0	0	1	-0.12
2	0	0	0	-0.88
3	1	0	0	-0.02
4	0	0	0	-0.88
5	1	1	0	0.77
6	1	0	1	0.63
7	1	0	0	-0.02
8	1	1	1	1.44
9	1	0	0	-0.02
10	0	0	0	-0.88

母数推定の例(5/5)



参考文献

- Baker, F. B. & Kim, S.-H. (2004). *Item Response Theory: Parameter Estimation Techniques. Second edition.* Marcel Dekker.
- 池田 央 (1994). 現代テスト理論. 朝倉書店.
- Lord, F. M. (1980). *Applications of item response theory to practical testing problems.* Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Lord, F. M. & Novick, M. R. (1968). *Statistical Theories of Mental Test Scores.* Addison-Wesley.
- 芝 祐順(編)(1991). 項目反応理論 —基礎と応用—. 東京大学出版会.
- 豊田秀樹(2002). 項目反応理論—入門編. 朝倉書店.
- 豊田秀樹(2005). 項目反応理論—理論編. 朝倉書店.